El razonamiento macroeconómico

J. Marcelo Ochoa [a]

15 de marzo 2007

[a] e-mail: mochoa@bcentral.cl

Qué aprenderemos en esta sección?

- Por qué necesitamos utilizar modelos
- Cómo utilizar las matemáticas para analizar fenómenos económicos

Los modelos económicos

Construyamos nuestro primer modelo

- Con nuestro modelo queremos explicar los determinantes del producto por trabajador en el largo plazo
- Asumamos que en esta economía existen dos factores de producción:
  - Trabajo L_t
  - Capital K
  - Y un nivel de eficiencia de los trabajadores E_t
- Asumamos, que el producto de esta economía es una función de estos factores de producción

$$Y_t = F(K_t, E_t \times L_t)$$

Agreguemos algunos supuestos

- Qué forma funcional deberíamos escoger para $F(.)$?
- Podríamos utilizar una función de producción Cobb-Douglas,

$$Y_t = K_t^{\alpha}(E_t L_t)^{1-\alpha}$$

- O una función lineal en los factores, por ejemplo:

$$Y_t = \alpha K_t + \beta(E_t L_t)$$

- Cuál escogemos?

Escojamos la $F(\cdot)$ más apropiada

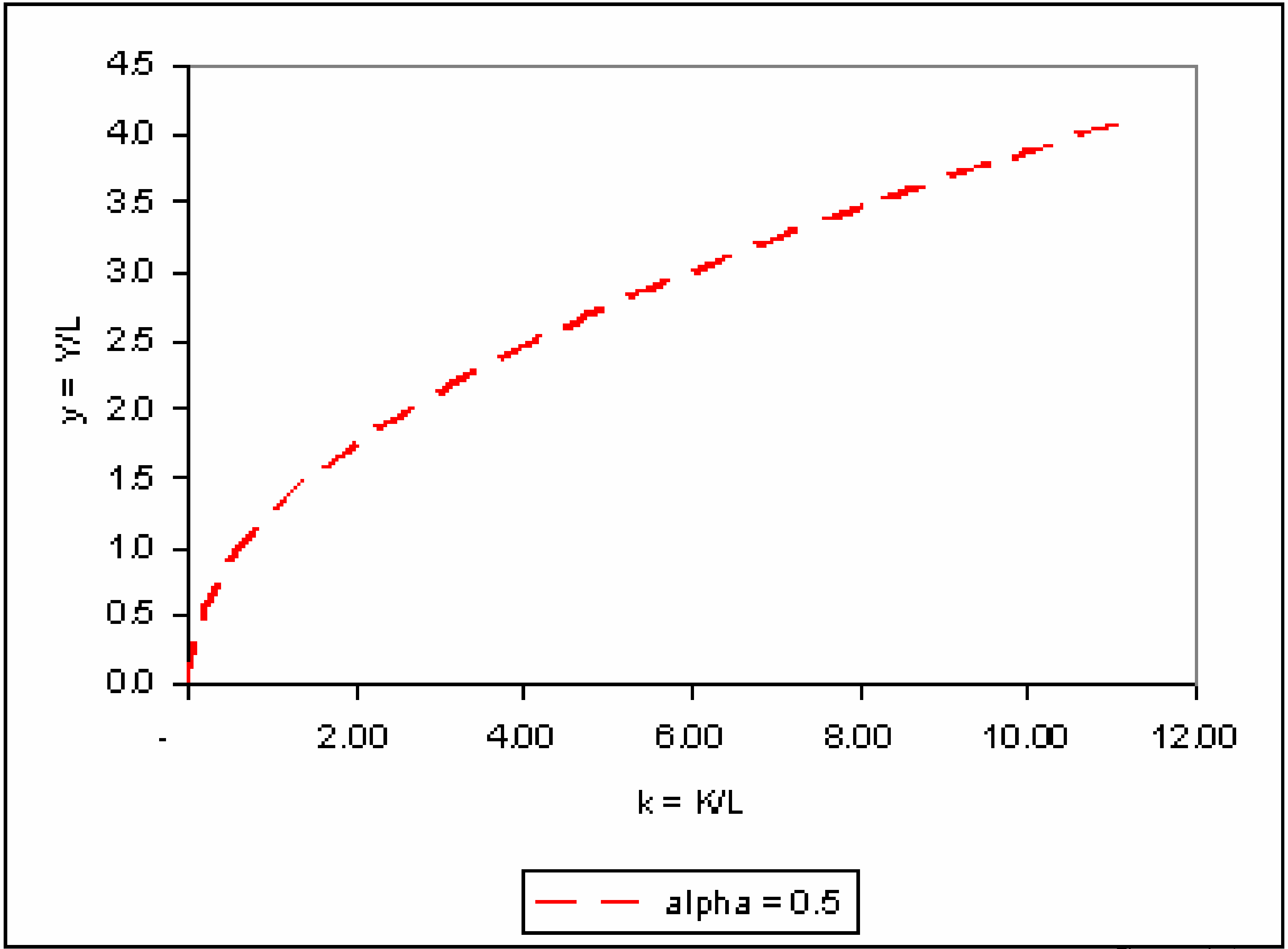
- Utilizaremos la función de producción Cobb-Douglas (CD) que tiene las siguientes cualidades:
  - Es una función creciente en ambos factores

$$\frac{\partial Y_t}{\partial K_t} = \alpha (K_t)^{\alpha-1} (E_t L_t)^{1-\alpha} = \alpha \left(\frac{E_t L_t}{K_t} \right)^{1-\alpha} > 0$$

  - Es una función que presenta rendimientos decrecientes
- Nos permite analizar el producto por trabajador fácilmente,

$$\frac{Y_t}{L_t} = \left(\frac{K_t}{L_t} \right)^{\alpha} \times E_t^{1-\alpha}$$

La función CD en forma gráfica



Más cualidades de la función CD

- En nuestro modelo la producción por trabajador ($y_t = \frac{Y_t}{L_t}$) es proporcional a la relación capital-producto ($k_t = \frac{K_t}{L_t}$)
- Noten que si E no cambia:

  Variación proporcinal de y_t = $\alpha \times$ Variación proporcional de k_t

- Pueden obtener el mismo resultado derivando la siguiente expresión:

$$\ln y_t = \alpha \ln k_t + (1 - \alpha) E_t$$

$$\frac{\partial y_t / \partial t}{y_t} = \alpha \frac{\partial k_t / \partial t}{k_t}$$

Más características de esta economía

- Agreguemos unos cuantos supuestos adicionales para completar el modelo
- La economía ahorra (invierte) una proporción s del producto, $i_t = sy_t$
- La población crece a una tasa constante igual a n
- La eficiencia de la tecnología es constante e igual a E
- El capital de deprecia a una tasa δ

El equilibrio del modelo

- En esta economía llamaremos equilibrio al momento en el que el capital por trabajador se mantenga constante
- Para esto necesitamos el ahorro necesario para lograr nuestro propósito
- Sabemos que el capital por trabajador K/L se "destruye" por depreciación y por el crecimiento de la población
- Por lo tanto,

$$k_{t+1} = k_t - (n+\delta)k_t + i_t = k_t - (n+\delta)k_t + sy_t$$

- Si queremos que el capital por trabajador se constante, entonces

$$\frac{k_{t+1} - k_t}{k_t} = \frac{sy_t - (n+\delta)k_t}{k_t} = 0$$

El equilibrio del modelo

- En equilibrio se debe cumplir que:

$$k^* = \frac{s}{(n+\delta)} y^*$$

- El capital de equilibrio es igual a,

$$k^* = E \left(\frac{s}{n+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

- El producto de equilibrio es igual a,

$$y^* = E \left(\frac{s}{n+\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

El equilibrio en forma gráfica